

渠道渐变体土方计算的精确公式

张宽地, 裴金萍*, 陈俊英, 殷彦平

(西北农林科技大学水利与建筑工程学院, 陕西 杨凌 712100)

摘要: 渐变体作为衔接不同断面形式的过渡段, 被广泛地用于输水建筑物工程中, 但其土方计算目前没有统一科学的计算方法。为此, 本文列出了工程中常见的几种渐变段形式, 并通过对断面函数数学特性进行分析, 得到了常见渐变体任一断面面积函数为二次抛物线。因此, 可通过起始断面面积, 终止断面面积和中断面面积唯一确定任一断面面积函数, 并将该函数沿渐变体长度方向积分, 推导出渐变段土方计算的精确、通用计算公式。计算实例表明计算过程简单、误差小, 概念清晰, 可供设计人员参考。

关键词: 渐变体; 土石方计算; 计算公式

中图分类号: S277.77 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-7601(2007)03-0136-04

渐变体是连接两个不同断面之间的过渡曲面, 工程上常见的过渡体有扭面、方变圆、矩形变弧底梯形等渐变体, 其体积的计算一直没有很好的计算方法。迄今为止, 渐变体土方计算核心方法仍为平均断面法, 该方法简单明了、便于操作, 但计算误差较大, 最大误差可达 10%^[1,2]。近年来, 我国学者在渐变体土方计算方法的改进方面做了大量的工作, 相继提出了多种解析计算公式^[2,3], 但这些方法不是公式有的形式复杂, 有的适应范围受到限制, 不便于工程界推广。

鉴于此, 本文通过渐变段断面面积函数数学分析的基础上并根据实际工程情况给出了常见渐变体土方计算的通用计算公式, 以为渠道工程设计、施工提供简捷、准确的土方计算方法。

1 扭面渐变段

渠道扭面渐变段是由内扭面和外扭面组成的过水建筑物, 内扭面也称为迎水扭面, 外扭面也称为背水扭面。如图 1 所示, 内扭面可以看做是由一条母线 ST 自 AD 起始沿两交叉直线 AB 、 DC 且始终平

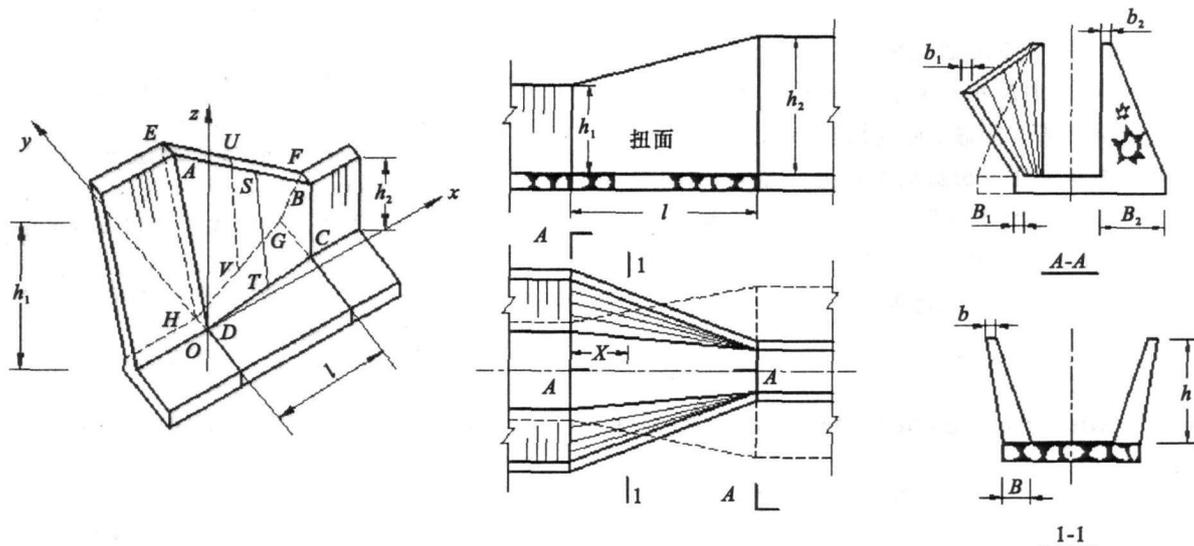


图 1 扭面投影图

Fig. 1 The projection of twist surface

收稿日期: 2006-12-07

基金项目: 中科院黄土高原土壤侵蚀与旱地农业国家重点实验室开放基金项目(10501-141); 西北农林科技大学青年重点基金项目(080807)

作者简介: 张宽地(1978-), 男, 宁夏隆德人, 讲师, 在读博士, 主要从事水工水力学及坡面水流的研究。

* 通讯作者: 裴金萍(1962-), 女, 内蒙古额济纳旗人, 副教授, 主要从事水土保持工程及工程图学的教学与研究工作。

行与导平面 YOZ 而形成的曲面。外扭面可以看做是直母线 UV 自 EH 起始沿两交叉直线 EF 、 HG 且始终平行与导平面 YOZ 而形成的曲面^[4], 两曲面均为不可展直线面。

1.1 任一断面面积函数的特性及表达式

由扭面体的形成可知, 当剖切平面平行 YOZ 平面时, 剖切平面与迎水扭面和背水扭面的截交线均为直线, 一般将剖切平面与梯形渠道的截断面称为护坡断面, 将剖切平面与矩形渠道的截断面称为挡土墙断面。因此可知, 任一剖切平面截切扭面体的截断面顶宽 b 与底宽 B 分别是护坡断面顶宽 b_1 底宽 B_1 和挡土墙断面顶宽 b_2 底宽 B_2 的线形函数, 高度 h 也是梯形断面高度 h_1 与矩形断面高度 h_2 的线性函数。由此性质可推导出任一断面面积函数的数学表达式:

$$S = \frac{1}{2}(b + B) \times h \quad (1)$$

式中, S 为距离起始断面为 x 的断面面积; b 为断面顶宽, $b = b_1 + \frac{b_2 - b_1}{l}x$; B 为断面底宽, $B = B_1 + \frac{B_2 - B_1}{l}x$; h 为断面高度, $h = h_1 + \frac{h_2 - h_1}{l}x$; l 为渠道渐变体长度。

令 $\xi = \frac{b_2 - b_1}{l}$, $\mu = \frac{B_2 - B_1}{l}$, $\epsilon = \frac{h_2 - h_1}{l}$ 代入公式(1) 得断面面积函数为:

$$S = \frac{1}{2}(\xi + \mu)\epsilon x^2 + \frac{1}{2}(\xi h_1 + \mu h_1 + b_1 \epsilon + B_1 \epsilon)x + \frac{1}{2}(b_1 + B_1) \times h_1 \quad (2)$$

由此可知, 任一断面面积函数 S 为渠道长度方向 x 的二次函数, 而平均断面法假定断面面积函数为线形函数, 这是造成平均断面法计算渐变体土方量误差产生的根本所在。

1.2 扭面体体积计算

在已知断面面积函数时将此函数沿着长度方向积分, 便可得扭面体体积计算的精确计算公式:

$$\begin{aligned} V &= \int_0^l \left[\frac{1}{2}(\xi + \mu)\epsilon x^2 + \frac{1}{2}(\xi h_1 + \mu h_1 + b_1 \epsilon + B_1 \epsilon)x + \frac{1}{2}(b_1 + B_1) \times h_1 \right] dx \quad (3) \\ &= \frac{1}{6}(\xi + \mu)\epsilon l^3 + \frac{1}{4}(\xi h_1 + \mu h_1 + b_1 \epsilon + B_1 \epsilon)l^2 + \frac{1}{2}(b_1 + B_1)h_1 l \end{aligned}$$

将 $\xi = \frac{b_2 - b_1}{l}$; $\mu = \frac{B_2 - B_1}{l}$; $\epsilon = \frac{h_2 - h_1}{l}$ 代入式(3) 可得:

$$V = \frac{1}{6} [b_2 + B_2 - (b_1 + B_1)](h_2 - h_1) + \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} & [b_2 + B_2 - (b_1 + B_1)]h_1 + \frac{1}{4}(b_1 + B_1) \\ & (h_2 - h_1) + \frac{1}{2}(b_1 + B_1)h_1 \} l \\ & = \frac{1}{12} [2(b_2 + B_2)h_2 + 2(b_1 + B_1)h_1 \\ & + (b_1 + B_1)h_2 + (b_2 + B_2)h_1] l \quad (4) \end{aligned}$$

式(4) 为扭面土方计算的精确计算公式。而平均断面法计算土方量为:

$$V = \frac{1}{4} [(b_2 + B_2)h_2 + (b_1 + B_1)h_1] l \quad (5)$$

由此可以看出只有当 $\epsilon = 0$ 即 $h_1 = h_2$ 时, 两公式等价, 如 $h_1 \neq h_2$, 平均断面法计算扭面土方量势必带来误差。

2 方变圆渐变段

圆形断面受力均匀, 水力条件好, 因此在水电站压力管道中经常采用。而安装闸门处则需变成矩形断面, 目的是为了水流平顺衔接, 在矩形与圆形断面之间常以方变圆渐变段来过渡(如图 2 所示), 该渐变体由四个三角形平面与四段四分之一斜圆锥面相切组成的光滑曲面体。

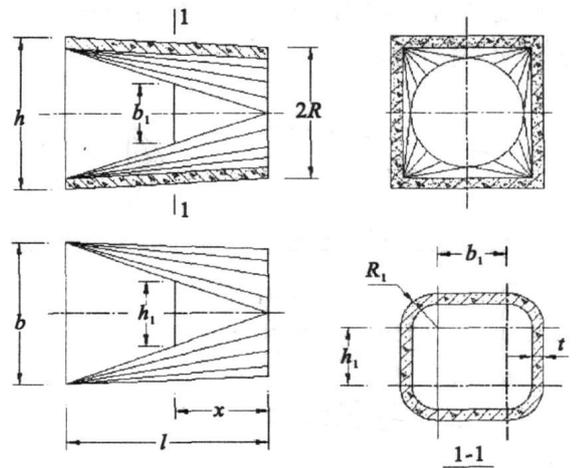


图 2 方变圆渐变段投影图

Fig. 2 The projection of changeover form from square to rectangular

2.1 任一断面面积函数的特性及表达式

由方变圆渐变段的组成特点可知, 当切平面为侧平面时, 与该曲面体的截断面为四段直线与四段四分之一圆弧组成的环状断面, 其面积 S 为外圆角矩形断面面积 S_1 与内圆角矩形断面面积 S_2 之差, 且内外圆角矩形断面直线段的长度, 宽度与圆弧段的圆弧半径均为矩形断面高度 h 、宽度 b 与圆形断面半径 R 的线性函数。设渐变体长度为 l , 当剖切平面距圆形断面距离为 x 时, 外圆角矩形断面 S_1 的函数表达式如下:

$$S_1 = h_1 b_1 + 2R_1(h_1 + b_1) + \pi R_1^2 = \frac{hb - 2R(h+b) + \pi R^2}{l^2} x^2 - \frac{2\pi R^2 - 2R(h+b)}{l} x + \pi R^2 \quad (6)$$

其中, $h_1 = \frac{x}{l}h$, $b_1 = \frac{x}{l}b$, $R_1 = \frac{l-x}{l}R$ 。

当衬砌厚度为 l 时, 内圆角矩形断面面积 S_2 的函数表达式为:

$$S_2 = \frac{hb - 2R(h+b) + \pi R^2 - 2Rl(\pi-4) + l^2(\pi-4)}{l^2} x^2 - \frac{2\pi R^2(h+b) - 2R(h+b) + 2l(h+b) - 4Rl(\pi-2) + 2l^2(\pi-4)}{l} x + \pi(R-t)^2 \quad (7)$$

由式(6)、(7)可知环状断面面积 S 为下列表达式:

$$S = S_1 - S_2 = \frac{\pi R^2 - 2Rl(\pi-4) + l^2(\pi-4)}{l^2} x^2 + \frac{2l(h+b) - 4Rl(\pi-2) + 2l^2(\pi-4)}{l} x + 2\pi(R-t) \quad (8)$$

2.2 方变圆渐变段体积计算

将断面面积函数式(8)沿长度方向积分便得方变圆渐变段的土方量计算的精确公式:

$$V = \int_0^l \left[\frac{\pi R^2 - 2Rl(\pi-4) + l^2(\pi-4)}{l^2} x^2 + \frac{2l(h+b) - 4Rl(\pi-2) + 2l^2(\pi-4)}{l} x + 2\pi(R-t) \right] dx \\ = \frac{l}{3} [2R(\pi+2) - l(\pi+8) + (h+b)] l \quad (9)$$

3 弧底梯形变矩形渐变段

弧底梯形断面的衬砌渠道具有冻胀力分布均匀、冻胀变形小且结构稳定的特点, 因而在北方灌区应用非常广泛。而渠道跨沟建筑物——渡槽常采用矩形断面, 因此, 在断面变化处必须采用渐变段(如图3所示)进行过渡。

复杂, 计算参数多, 不便于工程界采用。根据公式(2)、(8)断面函数的性质可知, 工程实际中常见渐变体断面面积函数均为长度方向的二次函数, 因此, 任意三个断面面积可唯一确定面积函数。为计算方便采用起始断面面积 A_1 、终止断面面积 A_2 和中间断面面积 $A_{\text{中}}$ 三断面确定断面面积函数。

设距离起始断面为 x 的断面面积函数为:

$$S = ax^2 + bx + c \quad (10)$$

将 $(0, A_1)$ 、 $(0.5l, A_{\text{中}})$ 、 (l, A_2) 三点代入公式(10)便得:

$$S = \frac{2(A_1 + A_2) - 4A_{\text{中}}}{l^2} x^2 + \frac{4A_{\text{中}} - 3A_1 - A_2}{l^2} x + A_1 \quad (11)$$

其中, A_1 、 A_2 、 $A_{\text{中}}$ 可通过 AutoCAD 软件直接在设计图样中查询。将上式沿渐变体长度方向积分, 可得渐变体土方计算的精确计算公式:

$$V = \int_0^l \left[\frac{2(A_1 + A_2) - 4A_{\text{中}}}{l^2} x^2 + \frac{4A_{\text{中}} - 3A_1 - A_2}{l^2} x + A_1 \right] dx \\ = \frac{1}{6} (A_1 + 4A_{\text{中}} + A_2) l \quad (12)$$

公式(12)为渐变体土方计算的通用计算公式, 通过该公式可以快速、准确地计算工程中常见的渐变体体积。

5 算例

某浆砌石扭面体设计图标注的 $l=3\text{ m}$, $H_1=3\text{ m}$, $H_2=2.5\text{ m}$, $b_1=b_2=B_1=0.42\text{ m}$, $B_2=1.42$

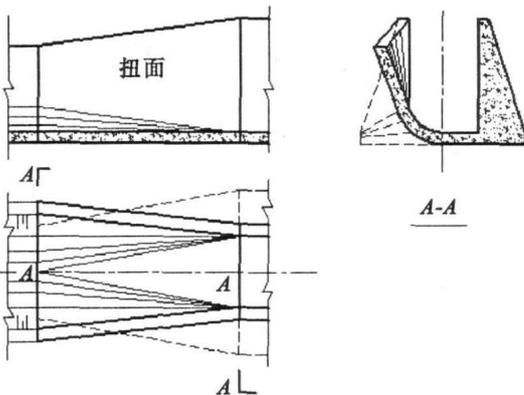


图3 弧底梯形变矩形渐变段投影图

Fig. 3 The projection of changeover form from trapezoidal arc-bottom to rectangular

由图3可知, 该渐变段是由部分方变圆渐变段与扭面渐变段组合而成, 因此, 断面面积函数的性质与上述两种渐变段的断面函数性质一样, 仍然是长度方向的二次函数, 其体积的计算为部分扭面体体积与方变圆渐变体体积之和。

4 渐变体土方计算的通用公式

通过以上推导可知, 渐变体土方计算公式形式

m,经 AutoCAD 软件直接计算 $A_1=1.26\text{ m}^2$, $A_2=2.3\text{ m}^2$, $A_{\text{中}}=1.84\text{ m}^2$ 。渠道渐变段土方量计算如下表 1 所示,为了说明本文公式的实用性及误差大

小,表 1 还列出了文献[1]的计算结果,以期比较。实际土方量按数值计算方法计算^[5~7]。

表 1 土方计算结果

Table 1 Earthwork calculations result

设计参数 Design Parameter (m)	设计渠 顶高程 Elevation of design channel (m)	起始断 面面积 Initial section area (m ²)	中间断 面面积 Middle section area (m ²)	终止断 面面积 Finally section area (m ²)	渐变段 长度 Length of distortion surface (m)	土方量 Earthwork calculation (m ³)			
						实际土方量 Practical earth volume	平均断面法 Average cross- section method	文献[1]算法 Reference [1] method	本文算法 This paper formula
$b_1=0.42$	$h_1=3.0$	1.26	1.84	2.30	3.00	5.464	5.340	5.432	5.465
$b_2=0.42$									
$B_1=0.42$	$h_2=2.5$	1.26	1.84	2.30	3.00	5.464	5.340	5.432	5.465
$B_2=1.42$									
相对误差 Relation error(%)							-2.29	-0.6	0.02

从表 1 计算结果可见,平均断面法计算误差较大,文献[1]的计算误差虽然较平均断面法小,但该公式形式复杂,尤其是扭面工程的端面坐标计算繁琐,计算量大。而本文方法只需查询中断面面积即可通过简单手工计算土方量,且最大误差仅为 0.02%。由此表明,本文方法具有公式简捷、精度高、可操作性强的优点。

间断面面积唯一确定断面面积函数,并通过微积分学原理推导出渐变段土方计算通用计算公式。算例结果表明该方法具有精度高,操作简单等优点,便于工程界推广。

5 结 论

参 考 文 献:

1) 传统的渐变段土方计算方法和改进的各种计算方法,不是精度不高就是形式复杂或适应范围受到限制,难以在工程界推广,假定渠道渐变段断面函数为线形变化是造成平均断面法计算误差较大的根本原因。

[1] 张宽地,裴金萍,刘海军,等.扭面研究及工程运用[J].西北农林科技大学学报(自然科学版),2005,33(9):146-148.
 [2] 罗阳军,张宽地,王 铭,等.数值方法在渠道土方计算中的运用[J].灌溉排水,2003,22(增刊):94-96.
 [3] 刘崇选,高双强.渠槽、路基等土方量计算[J].陕西水利发电,2001,17(3):61-64.
 [4] 蒋允静.画法几何与工程制图[M].西安:陕西科技出版社,2003.
 [5] 杨晓东.数值法在江堤土方量计算中的应用[J].水利天地,2002,12(8):42.
 [6] 邓建中,刘之行.计算方法(第二版)[M].西安:西安交通大学出版社,2000.
 [7] 刘炳文,许蔓舒.Visual Basic 程序设计教程[M].北京:清华大学出版社,2000.

2) 本文对常见渐变段断面面积函数数学特征进行分析,得到了断面面积函数为二次多项式,为此,可通过渐变体初始断面面积、终止断面面积和中

The precise calculation formula of physical volume of the changeover form of channel

ZHANG Kuan-di, PEI Jing-ping*, CHEN Jun-ying, YIN Yan-ping

(College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A & F University, Yangling, Shaanxi 712100, China)

Abstract: As the transition section to link with different cross sections, the changeover form is widely used in water distribution-building project, but it doesn't have a united scientific calculational method in calculation of earthwork at present. Therefore, this paper here lists several changeover forms commonly used in project. Based on the analysis of its mathematics characteristics of cross section function, by applying calculus integral theory, a general calculation formula of physical volume of the changeover form will be obtained, characterized by simpler calculation, fewer error, and clearer concept. Thus this new formula will provide the designers with great help in engineering practice.

Keywords: the changeover form; calculation of earthwork; calculation formula